

## МОДЕЛІ УПРАВЛІННЯ ВАРТІСТЮ В СИСТЕМІ СТРАТЕГІЧНИХ ПРІОРИТЕТІВ ПІДПРИЄМСТВ

*Запропоновано економіко-математичні моделі визначення ринкової вартості підприємства, які дозволяють здійснювати вартісно-орієнтоване управління. Ці моделі враховують зв'язок вартості із розподілом прибутку та її зміну в періоді часткової реструктуризації підприємства.*

Концепція управління вартістю прийнята світовою економічною спільнотою як базова парадигма розвитку бізнесу. Словосполучення Value Based Management стало сьогодні символом застосування останніх досягнень в галузі управлінських технологій і найсучасніших інструментів фінансового менеджменту, що дозволяють ефективно планувати, контролювати і управляти діяльністю підприємства, забезпечуючи підвищення акціонерної вартості.

Проблеми вартісно-орієнтованого управління досліджували сучасні зарубіжні та вітчизняні вчені, зокрема, А. Маршалл, А. Дамодаран, Т. Коупленд, Т. Коллер, Дж. Муррін, К. Уолш, Р. Каплан, Д. Нортон, П. Хорват, П. Гохан, Дж. Шим, Д. Сігел, О. М. Щербакова, С. Мордашов, І. Єгерев, С. В. Рассказов, С. В. Валдайцев, О. Є. Кузьмін, О. М. Сохацька, О. Г. Мендрул, В. А. Панков, Т. В. Момот та ін. Водночас для вітчизняної практики господарювання проблема управління вартістю багато в чому є новою. Відсутні систематичні розробки щодо її вирішення, зокрема, для вертикально-інтегрованих підприємств нафтогазової промисловості.

У сучасному змінному середовищі головним завданням є не досягнення високих фінансових показників у короткостроковій перспективі, а стратегічна ефективність, що передбачає зростання вартості в цілому і, зокрема, за рахунок покращення якості продукції, репутації, приросту нових знань тощо. Традиційні системи контролю і звітності, побудовані на фінансових показниках, не дозволяють відслідковувати названі процеси. У системах бухгалтерської звітності ігнорується або некоректно відображається вартість нематеріальних активів, результати задоволення клієнтів, персоналу, постачальників, партнерів тощо, хоча саме ці фактори і є джерелами конкурентних переваг. Система управління вартістю вертикально-інтегрованих підприємств, зокрема, в нафтогазовій промисловості, які функціонують в умовах значних ризиків, повинна включати такі моделі, які можна органічно вписати у систему стратегічних пріоритетів.

Метою статті є побудова економіко-математичних моделей визначення ринкової вартості підприємства. У цьому випадку, за допомогою однієї із моделей, пропонується враховувати зв'язок вартості із розподілом прибутку, другу модель слід застосовувати при періодичній частковій реконструкції підприємства, що особливо характерно для нафтогазової промисловості.

Для оцінювання вартості вертикально-інтегрованого підприємства з метою оперативного управління пропонується модифікована модель Ольсона (ЕВО). Підхід, використаний в моделі ЕВО, ґрунтується на концепції економічної доданої вартості (EVA), оскільки використовується порівняння прогнозного прибутку підприємства із середнім по галузі.

Вартість підприємства залежить як від інвестованого капіталу, так і від його майбутньої дохідності, тобто вартість підприємства ( $P_t$ ) дорівнює сумі чистих активів і поточної вартості EVA за час його існування.

$$P_t = B_t + \sum_{i=1}^{\infty} EVA_{t+i}, \quad (1)$$

де  $B_t$  – теперішня балансова вартість;  
 $EVA_{t+i}$  – економічна додана вартість.

Формула визначення вартості підприємства  $P_t$  в момент часу  $t$  за умовного припущення, що період існування організації дорівнює нескінченності:

$$P_t = B_t + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{E_t[(ROE_{t+i} - r_e)B_{t+i-1}]}{(1 + r_e)^i}, \quad (2)$$

де  $E_t[\dots]$  – математичне сподівання, що ґрунтується на доступній в момент часу  $t$  інформації;

$ROE_{t+1}$  – рентабельність акціонерного капіталу, тобто відношення прибутку після сплати податків до балансової вартості акціонерного капіталу, для періоду  $t+1$ ;

$r_e$  – відносна вартість (коефіцієнт дисконтування) акціонерного капіталу;

$B_{t+i-1}$  – балансова вартість або вартість чистих активів підприємства до початку періоду  $t+i$ .

Щодо балансової вартості підприємства відомо, що будь-яка сучасна система бухгалтерського обліку ґрунтується на припущенні, що вартість чистих активів підприємства в кінці періоду  $t$  ( $B_t$ ) дорівнює їх вартості на початку цього періоду ( $B_{t-1}$ ) плюс прибуток ( $NI_t$ ), отриманий за цей період за вирахуванням виплачених дивідендів ( $D_t$ ):

$$B_t = B_{t-1} + NI_t - D_t \quad (3)$$

На основі рекурентної формули (2) в роботі [1] виведено формулу для обчислення балансової вартості  $B_{t+i-1}$  підприємства на початок періоду ( $t+i$ ):

$$B_{t+i-1} = B_{t+i-2} + NI_{t+i} - D_{t+i} = B_{t+i-2} + (1-k)NI_{t+i} = B_{t+i-2} - (1 + (1-k)ROE_{t+i}), \quad (4)$$

де  $D_{t+i}$  – величина дивідендів за період  $t+i$ ;

$k$  – коефіцієнт, який відображає частку чистого доходу;

$NI$  – виплачується щорічно у вигляді дивідендів.

Однак аналіз показує, що остання формула не є зовсім точною. Справді, якщо підставити  $i = 1$ , то отримаємо наступну формулу:

$$B_t = B_{t-1} + NI_{t+1} - D_{t+1}, \quad (5)$$

яка не узгоджується з формулою (3). Однак вказаний недолік можна виправити, якщо індекс  $t+i$  замінити на  $t+i-1$ :

$$\begin{aligned} B_{t+i-1} &= B_{t+i-2} + NI_{t+i-1} - D_{t+i-1} = B_{t+i-2} + (1-k)NI_{t+i-1} = \\ &= B_{t+i-2} + (1 + (1-k)ROE_{t+i-1}), \end{aligned} \quad (6)$$

де  $D_{t+i-1}$  – величина дивідендів за період  $(t+i-1)$ .

Для подальшого аналізу формули (2) розглянемо спрощений випадок, за якого балансова вартість підприємства  $B_{t+i-1}$  є не випадковою, а детермінованою величиною. Тоді її можна винести за знак математичного сподівання у формулі (2):

$$P_t = B_t + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{B_{t+i-1} \cdot E_t[(ROE_{t+i} - r_e)]}{(1+r_e)^i}. \quad (7)$$

Перетворимо формулу (7), відокремивши з-під знаку суми в її правій частині перший доданок:

$$P_t = B_t + \frac{B_t \cdot E_t[(ROE_{t+1} - r_e)]}{1+r_e} + \sum_{i=2}^{\infty} \frac{B_{t+i-1} \cdot E_t[(ROE_{t+i} - r_e)]}{(1+r_e)^i} \quad (8)$$

Перші два доданки в правій частині формули (8) можна об'єднати:

$$P_t = \frac{B_t \cdot (1 + E_t(ROE_{t+1}))}{1+r_e} + \sum_{i=2}^{\infty} \frac{B_{t+i-1} \cdot E_t[(ROE_{t+i} - r_e)]}{(1+r_e)^i}. \quad (9)$$

Основна відмінність формули (9) від (2) полягає в тому, що теперішня балансова вартість підприємства  $B_t$  у виразі (9) присутня лише у його першому доданку, наступна за ним нескінченна сума містить лише прогнозні значення балансової вартості в майбутніх періодах, тоді як у формулі (2) теперішня балансова вартість  $B_t$  присутня як у першому доданку, так і в неявному вигляді у другому доданку, вираженому нескінченною сумою. Спільною рисою виразів (2) та (9) є те, що вони придатні для теоретичного розрахунку вартості підприємства, однак мало придатні для практичного, бухгалтерського визначення вартості через необхідність обчислення нескінченних сум та взяття операції математичного сподівання, яке у випадку неперервного розподілу випадкової величини  $ROE_{t+i}$  необхідно виражати через визначений інтеграл, який в свою чергу теж може бути зведений до нескінченної суми.

Тому надалі розглянемо деякі додаткові спробовані припущення, за яких вираз (9) вартості підприємства набере зручного для калькулювання вигляду. Отже, для зручності надалі позначатимемо математичне сподівання рентабельності акціонерного капіталу через  $R_t$ :

$$R_{t+i} = E_t[ROE_{t+i}]. \quad (10)$$

З урахуванням позначення (10) вираз (9) набирає дещо простішого вигляду:

$$P_t = \frac{B_t \cdot (1 + R_{t+1})}{1+r_e} + \sum_{i=2}^{\infty} \frac{B_{t+i-1} \cdot (R_{t+i} - r_e)}{(1+r_e)^i}. \quad (11)$$

Якщо припустити, що рентабельність  $R_{t+i}$  акціонерного капіталу підприємства постійно збігатиметься з ціною акціонерного капіталу  $r_e$ ,  $R_{t+i} = r_e$ , то формула (11) зведеться до свого найпростішого можливого вигляду, а саме  $P_t = B_t$ , тобто у цьому випадку ринкова вартість підприємства збігається з балансовою.

Якщо рентабельність акціонерного капіталу відрізняється від його ціни і залишається сталою для всіх майбутніх періодів

$$R_{t+i} = R, \quad (12)$$

то формула (11) набирає наступного вигляду:

$$P_t = \frac{B_t \cdot (1 + R)}{1 + r_e} + \sum_{i=2}^{\infty} \frac{B_{t+i-1} \cdot (R - r_e)}{(1 + r_e)^i}. \quad (13)$$

Зокрема, якщо  $R < r_e$ , то ринкова вартість підприємства згідно формули (13) виявляється меншою від його балансової вартості. Хоч дослідники [9,10] відзначають відсутність кореляції між від'ємною різницею рентабельності акціонерного капіталу і його ціною та ринковою вартістю підприємства, однак така ситуація є цілком можливою, особливо коли воно має значну кількість фіксованих активів, зокрема нематеріальних, таких як гудвіл, торговельна марка, патенти, розвідані запаси, що особливо важливо для нафтогазових підприємств.

При  $R > r_e$  ринкова вартість підприємства перевищує її балансову вартість:

$$P_t > B_t. \quad (14)$$

У випадку сталого  $R$  формула (4) набирає вигляду

$$B_{t+i-1} = B_{t+i-2} (1 + (1 - k)R). \quad (15)$$

Зокрема при  $i = 2$  з формули (15) можна виразити балансову вартість підприємства  $B_{t+1}$  в наступному періоді через його теперішню балансову вартість:

$$B_{t+1} = B_t (1 + (1 - k)R). \quad (16)$$

При  $i > 2$  балансову вартість  $B_{t+i-1}$  підприємства також можна виразити через теперішню вартість  $B_t$ , застосувавши формулу (15)  $(i-1)$  разів:

$$B_{t+i-1} = B_t (1 + (1 - k)R)^{i-1}. \quad (17)$$

Підставимо формулу (17) у вираз (13) і отримаємо наступний вираз для визначення ринкової вартості підприємства:

$$P_t = \frac{B_t \cdot (1 + R)}{1 + r_e} + B_t \sum_{i=2}^{\infty} \frac{(1 + (1 - k)R)^{i-1} (R - r_e)}{(1 + r_e)^i}. \quad (18)$$

Дослідимо спочатку вираз (18) для крайнього випадку постійної виплати дивідендів в повному обсязі, тобто при максимально можливому значенні  $k = 1$ .

Тоді

$$P_t = \frac{B_t \cdot (1 + R)}{1 + r_e} + B_t (R - r_e) \sum_{i=2}^{\infty} \frac{1}{(1 + r_e)^i}. \quad (19)$$

З формули (19) випливає, що при  $r_e > 0$  нескінченна сума в правій частині її формули є сумою нескінченно спадної геометричної прогресії, перший член якої:

$$b_1 = \frac{1}{(1 + r_e)^2}, \quad (20)$$

а знаменник:

$$q = \frac{1}{1+r_e}. \quad (21)$$

Зауважимо, що умова  $r_e > 0$  не є надто обмежувальною, а означає лише успішність в середньому відповідної галузі економіки.

З урахуванням позначень (21) та (20) формулу (19) можна записати у вигляді

$$P_t = \frac{B_t \cdot (1+R)}{1+r_e} + B_t(R-r_e)(b_1 + b_1q + b_1q^2 + \dots + b_1q^n + \dots). \quad (22)$$

На основі формули для суми нескінченно спадної прогресії

$$b_1 + b_1q + b_1q^2 + \dots + b_1q^n + \dots = \frac{b_1}{1-q}.$$

Формулу (22) перепишемо в наступному вигляді

$$P_t = \frac{B_t \cdot (1+R)}{1+r_e} + B_t(R-r_e) \frac{b_1}{1-q} \quad (23)$$

Формулу (23) перепишемо з урахуванням позначень (20) та (21):

$$P_t = \frac{B_t \cdot (1+R)}{1+r_e} + B_t(R-r_e) \frac{1/(1+r_e)^2}{1-1/(1+r_e)},$$

або після спрощення

$$P_t = \frac{B_t \cdot (1+R)}{1+r_e} + B_t(R-r_e) \frac{1}{r_e(1+r_e)};$$

$$P_t = B_t \frac{r_e + Rr_e + R - r_e}{r_e(1+r_e)};$$

$$P_t = B_t \frac{R}{r_e}. \quad (24)$$

На основі формули (24) можна зробити висновок, що ринкова ціна підприємства  $P_t$  у стільки разів перевищує її балансову вартість  $B_t$ , у скільки разів її рентабельність  $R$  перевищує ціну акціонерного капіталу  $r_e$ .

$$\frac{P_t}{B_t} = \frac{R}{r_e}, \quad (25)$$

за умови, що прибутки підприємства повністю спрямовуватимуться на виплату дивідендів.

Розглянемо тепер інший крайній випадок нульового значення  $k$ , тобто випадок, коли прибутки підприємства повністю спрямовуються на його розвиток.

Підставивши  $k = 0$  у формулу (18), отримаємо

$$P_t = \frac{B_t \cdot (1+R)}{1+r_e} + B_t \sum_{i=2}^{\infty} \frac{(1+R)^{i-1} (R-r_e)}{(1+r_e)^i},$$

або

$$P_t = \frac{B_t \cdot (1+R)}{1+r_e} + B_t \frac{R-r_e}{1+r_e} \sum_{i=2}^{\infty} \left( \frac{1+R}{1+r_e} \right)^{i-1}. \quad (26)$$

Нескінченна сума в правій частині формули (26)

$$\sum_{i=2}^{\infty} \left( \frac{1+R}{1+r_e} \right)^{i-1} = \frac{1+R}{1+r_e} + \left( \frac{1+R}{1+r_e} \right)^2 + \left( \frac{1+R}{1+r_e} \right)^3 + \dots + \left( \frac{1+R}{1+r_e} \right)^n + \dots \text{відображає суму}$$

нескінченно зростаючої геометричної прогресії, оскільки за умови  $R > r_e$  її знаменник

$$q = \frac{1+R}{1+r_e} \text{ перевищує одиницю } (q > 1), \text{ а отже, така сума дорівнює нескінченності,}$$

а тому і ринкова вартість підприємства стає нескінченно великою.

Зрозуміло, що така теоретична ситуація не може реалізуватися практично, принаймні, з двох причин: по-перше, ринки збуту продукції не зростають безмежно, по-друге, антимонопольне регулювання впливає на розподіл ринку між учасниками.

Перепишемо тепер формулу (18) у наступному вигляді

$$P_t = \frac{B_t \cdot (1+R)}{1+r_e} + B_t \frac{R-r_e}{1+r_e} \sum_{i=2}^{\infty} \frac{(1+(1-k)R)^{i-1}}{(1+r_e)^{i-1}}, \quad (27)$$

і знайдемо умову, за якої нескінченна сума в правій частині формули (28)

$$\sum_{i=2}^{\infty} \frac{(1+(1-k)R)^{i-1}}{(1+r_e)^{i-1}} = \frac{1+(1-k)R}{1+r_e} + \frac{(1+(1-k)R)^2}{(1+r_e)^2} + \frac{(1+(1-k)R)^3}{(1+r_e)^3} + \dots + \frac{(1+(1-k)R)^n}{(1+r_e)^n} + \dots \quad (28)$$

виражатиме собою скінчене, обмежене число. Для цього потрібно, щоб знаменник

$$q \text{ прогресії (28) } q = \frac{1+(1-k)R}{1+r_e} \text{ не перевищував одиницю:}$$

$$\frac{1+(1-k)R}{1+r_e} < 1. \quad (29)$$

Умову (29) можна спростити:

$$(1-k)R < r_e. \quad (30)$$

Умову (30) можна розглядати як неявну умову на параметр  $k$ , яким можна управляти з метою досягнення бажаного розміру ринкової вартості компанії.

Якщо нерівність (30) розв'язати щодо  $k$ , то можна отримати обмеження на

$$\text{параметр } k \text{ у явному вигляді: } 1-k < \frac{r_e}{R},$$

$$\text{звідки} \quad k < 1 - \frac{r_e}{R}. \quad (31)$$

Умова (31) означає, що, якщо ціна акціонерного капіталу становить 10%, тобто  $r_e < 0,1$ , а рентабельність акціонерного капіталу перевищує її вдвічі, тобто  $R = 0,2$ , то для недопущення безконтрольного зростання ринкової вартості більшу половину прибутків варто спрямовувати на виплату дивідендів акціонерам, оскільки:

$$k > 1 - \frac{0,1}{0,2} = 0,5.$$

Якщо умова (31) виконується, то можна обчислити суму нескінченно спадної геометричної прогресії (28) згідно формули:

$$\sum_{i=2}^{\infty} \frac{(1+(1-k)R)^{i-1}}{(1+r_e)^{i-1}} = \frac{1+(1-k)R}{1+r_e} \Big/ \left(1 - \frac{1+(1-k)R}{1+r_e}\right) = \frac{1+(1-k)R}{r_e - (1-k)R}. \quad (32)$$

З урахуванням рівності (32) формула для ринкової вартості підприємства (27) набирає наступного вигляду:

$$P_t = \frac{B_t \cdot (1+R)}{1+r_e} + B_t \frac{R-r_e}{1+r_e} \left( \frac{1+(1-k)R}{r_e - (1-k)R} \right).$$

У результаті спрощення щойно виведеної формули отримаємо

$$P_t = B_t \frac{(1+R)(r_e - (1-k)R) + (R-r_e)(1+(1-k)R)}{(1+r_e)(r_e - (1-k)R)};$$

$$P_t = B_t \frac{kr_e R + kR}{(1+r_e)(r_e - (1-k)R)};$$

$$P_t = B_t \frac{kR}{r_e - (1-k)R}. \quad (33)$$

З формули (33) випливає, що ринкова вартість підприємства  $P_t$  нелінійно залежить від прогнозної частки виплати дивідендів  $k$ . Щоб з'ясувати характер цієї залежності, знайдемо спочатку границю правої частини формули (33) при спрямуванні параметра  $k$  до свого максимально можливого значення, тобто до одиниці:

$$\lim_{k \rightarrow 1} P_t = \lim_{k \rightarrow 1} B_t \frac{kR}{r_e - (1-k)R} = B_t \frac{R}{r_e} \quad (34)$$

Права частина рівності (34) збігається з правою частиною рівності (24), що підтверджує відповідність цього варіанту моделі з раніше розглянутим варіантом стовідсоткового спрямування прибутків на виплату дивідендів.

Якщо  $k$  прямує до величини, що визначається правою частиною нерівності (31), то ринкова вартість підприємства прямує до нескінченності:

$$\lim_{k \rightarrow 1 - \frac{r_e}{R}} B_t \frac{kR}{r_e - (1-k)R} = B_t \frac{(1 - r_e/R)R}{r_e - \frac{r_e}{R}R} = +\infty \quad (35)$$

Щоб визначити поведінку величини  $P_t$  залежно від  $k$ , яке знаходиться в межах від  $(1 - r_e / R)$  до  $R$ , знайдемо частинну похідну  $\partial P_t / \partial k$ , яка виражає швидкість зміни вартості підприємства  $P_t$  залежно від частки виплати дивідендів  $k$ :

$$\frac{\partial P_t}{\partial k} = B_t \frac{R(r_e - (1 - k)R) - kR^2}{(r_e - (1 - k)R)^2} \quad (36)$$

Розкривши дужки в чисельнику правої частини виведеної формули, її можна дещо спростити:

$$\frac{\partial P_t}{\partial k} = B_t \frac{R(r_e - R)}{(r_e - (1 - k)R)^2} \quad (37)$$

Оскільки знаменник правої частини формули (37) приймає тільки додатні значення як квадрат деякого виразу, то можна зробити висновок, що за умови перевищення рентабельності акціонерного капіталу над його ціною ( $R > r_e$ ), швидкість зміни вартості підприємства при збільшенні параметра  $k$  може приймати лише від'ємні значення:

$$\frac{\partial P_t}{\partial k} = B_t \frac{R(r_e - R)}{(r_e - (1 - k)R)^2} < 0.$$

Від'ємність частинної похідної  $\partial P_t / \partial k$  означає, що вартість підприємства монотонно спадає при збільшенні частки виплати дивідендів:

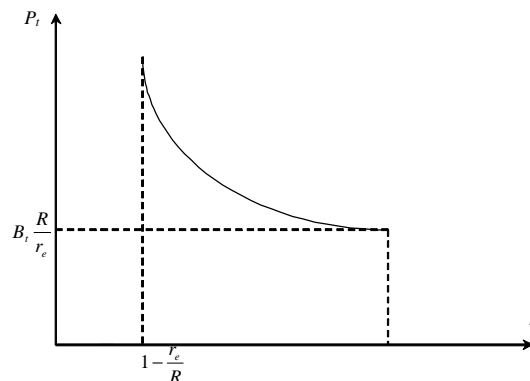
$$k_1 < k_2 \Rightarrow P_t(k_2) < P_t(k_1) \quad (38)$$

На основі формул (34), (35) та (38) побудуємо схематичний графік залежності ринкової вартості підприємства  $P_t$  від  $k$  – частки виплати дивідендів (рис. 1).

Визначимо залежність вартості підприємства  $P_t$  від іншого параметра  $R$ , який також піддається управлінню. При спрямуванні параметра  $R$  до нижньої допустимої межі  $r_e$  отримаємо:

$$\lim_{R \rightarrow r_e} P_t = \lim_{R \rightarrow r_e} B_t \frac{kR}{r_e - (1 - k)R} = B_t \frac{kr_e}{r_e - (1 - k)r_e} = B_t, \quad (39)$$

тобто, ринкова вартість підприємства прямує до балансової вартості.



**Рис. 1. Графік залежності ринкової вартості підприємства від частки виплати дивідендів за сталою ціною акціонерного капіталу та його сталою рентабельністю, яка перевищує ціну капіталу**



Щоб визначити верхню межу для рентабельності  $R$  при фіксованих параметрах  $k$  та  $r_e$ , розв'яжемо нерівність (31) відносно величини  $R$ :

$$k > 1 - \frac{r_e}{R} \Rightarrow kR > R - r_e \Rightarrow R(1 - k) < r_e; R < \frac{r_e}{1 - k}.$$

Неважко переконатися, що при прямуванні рентабельності  $R$  до верхньої межі  $r_e / (1 - k)$  ринкова вартість  $P_t$  прямує до плюс нескінченності:

$$\lim_{R \rightarrow r_e / (1 - k) - 0} B_t \frac{kR}{r_e - (1 - k)R} = +\infty \quad (40)$$

Знайдемо швидкість зміни ринкової вартості  $P_t$  від рентабельності  $R$  при незмінних значеннях параметрів  $k$  та  $r_e$ . Ця швидкість виражається частинною

похідною:  $\frac{\partial P_t}{\partial R} = B_t \frac{k(r_e - (1 - k)R) + k(1 - k)R}{r_e - (1 - k)R}$  або після спрощення

$$\frac{\partial P_t}{\partial R} = B_t \frac{kr_e}{(r_e - (1 - k)R)^2}. \quad (41)$$

З формули (41) випливає, що при додатній ціні акціонерного капіталу ( $r_e > 0$ ) швидкість зміни ринкової вартості підприємства залежно від рентабельності акціонерного капіталу  $R$  також додатна:

$$\frac{\partial P_t}{\partial R} = B_t \frac{kr_e}{(r_e - (1 - k)R)^2} > 0 \quad (42)$$

Нерівність (42) означає, що ринкова вартість  $P_t$  монотонно зростає при зростанні рентабельності підприємства за решти однакових умов:

$$R_1 < R_2 \Rightarrow P_t(R_1) < P_t(R_2) \quad (43)$$

На основі формул (39), (40) та (43) побудуємо схематичний графік залежності ринкової вартості підприємства  $P_t$  від рентабельності акціонерного капіталу  $R$  за умови незмінності параметрів  $k$  та  $r_e$  (рис.2).

На основі формули (33) можна також визначити розмір параметра  $k$ , при якому ринкова вартість підприємства  $P_t$  в  $n$  разів перевищує його теперішню балансову вартість  $B_t$ . Для цього у ліву частину формули (33) підставимо умову  $n$ -кратного перевищення:

$$P_t = nB_t \quad (44)$$

і отримаємо рівняння

$$nB_t = B_t \frac{kR}{r_e - (1 - k)R}, \quad (45)$$

яке скорочується на  $B_t$

$$n = \frac{kR}{r_e - (1 - k)R} \quad (46)$$

Розв'яжемо рівняння (3.46) щодо  $k$ :

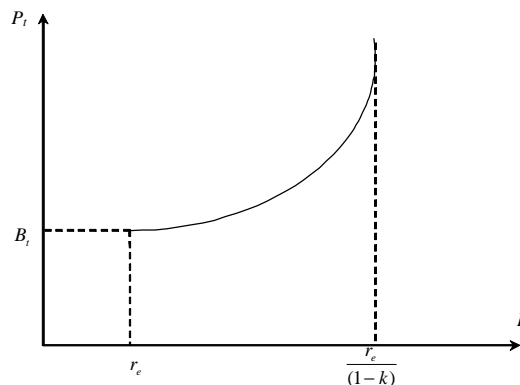
$$nr_e - nR(1 - k) = kR,$$

звідки отримаємо

$$kR(n-1) = n(R - r_e)$$

і нарешті

$$k = \frac{n}{n-1} \left( 1 - \frac{r_e}{R} \right). \quad (47)$$



**Рис. 2. Схематичний графік залежності ринкової ціни  $P_t$  від рентабельності акціонерного капіталу  $R$  при фіксованих  $k$  та  $r_e$**

Якщо, наприклад,  $r_e = 0,1$ , а  $R = 0,2$ , а керівництво підприємства прагне трикратного перевищення ринкової вартості над його теперішньою балансовою вартістю ( $n = 3$ ), то згідно умови (47) цього можна досягти, якщо частка виплати дивідендів  $k$  становить 75%:

$$k = \frac{3}{2} \left( 1 - \frac{0,1}{0,2} \right) = 0,75$$

Умову (47) можна також розглядати і як неявну умову на бажаний рівень рентабельності акціонерного капіталу  $R$ . Цю умову перетворимо в явну, розв'язавши рівняння (47) щодо  $R$ :

$$k = \frac{n}{n-1} \left( 1 - \frac{r_e}{R} \right) \Rightarrow \frac{(n-1)k}{n} = 1 - \frac{r_e}{R} \Rightarrow \frac{r_e}{R} = 1 - \frac{(n-1)k}{n} \Rightarrow$$

$$R = \frac{r_e}{1 - \frac{(n-1)k}{n}}. \quad (48)$$

Наприклад, якщо ціна акціонерного капіталу  $r_e$  становить 15% ( $r_e = 15\%$ ) половину своїх прибутків підприємство планує спрямувати на виплату дивідендів ( $k = 1/2$ ), то для дворазового перевищення ринкової вартості підприємства над його балансовою вартістю ( $n = 2$ ), необхідно добиватися рентабельності акціонерного капіталу на рівні 20%:

$$R = \frac{0,15}{1 - 0,5 \cdot 0,5} = 0,2,$$

Отже, побудована економіко-математична модель для визначення ринкової вартості підприємства на основі його теперішньої балансової вартості  $B_t$ , ціни акціонерного капіталу  $r_e$ , параметрів рентабельності акціонерного капіталу  $R$ , та частки виплати дивідендів  $k$ , дозволяє здійснювати вартісно-орієнтоване управління.

Розглянемо ринкову вартість підприємства у випадку, коли дивіденди виплачуються відповідно до моделі Лінтнера. Згідно моделі Лінтнера [6] розмір дивідендів  $D_t$  за період  $t$  визначається не лише прибутком за цей період  $NI_t$ , але й розміром дивідендів, виплачених в попередньому періоді  $D_{t-1}$ :

$$D_t = a \cdot p \cdot NI_t + (1 - a)D_{t-1} \quad (49)$$

де  $a$  та  $p$  – деякі коефіцієнти в межах від нуля до одиниці.

Зокрема, при  $a = 1$  і  $k = p$  дивіденди за моделлю Лінтнера зводяться до вже розглянутого випадку, застосованого, починаючи з формули (6) до формули (48).

В цілому модель виплати дивідендів за Лінтнером не зводиться до випадку певної частки прибутку. Щоб переконатись в цьому, достатньо розглянути формулу (49) при  $a=0$ . Тоді отримаємо, що дивіденди в будь-якому періоді дорівнюють розміру дивідендів з попереднього періоду, тобто

$$D_t = D_{t-1}.$$

Таким чином, при  $a=0$  розмір дивідендів залишається постійною величиною  $D_t = const$ , яка не залежить від поточних прибутків  $NI_t$ .

Отже, якщо керівництво підприємства вирішує виплачувати дивіденди відповідно до моделі Лінтнера, то в його розпорядженні щодо управління вартістю підприємством стає на один параметр більше, ніж у випадку пропорційної залежності дивідендів від прибутку.

Застосуємо тепер формулу (49) до визначення балансової вартості підприємства в період  $(t+i-1)$

$$B_{t+i-1} = B_{t+i-2} + NI_{t+i-1} - D_{t+i-1} \quad (50)$$

Для цього перетворимо формулу (49) з періоду  $t$  до періоду  $(t+i-1)$

$$D_{t+i-1} = a \cdot p \cdot NI_{t+i-1} + (1 - a)D_{t+i-2} \quad (51)$$

і підставимо формулу (51) у формулу (50):

$$B_{t+i-1} = B_{t+i-2} + NI_{t+i-1} - (a \cdot p \cdot NI_{t+i-1} + (1 - a)D_{t+i-2}),$$

або, після спрощення

$$B_{t+i-1} = B_{t+i-2} + (1 - a \cdot p)NI_{t+i-1} - (1 - a)D_{t+i-2}, \quad (52)$$

де:  $i = 1, 2, 3, \dots$

Враховуючи те, що прибуток підприємства за період  $(t+i-1)$ , позначений через  $NI_{t+i-1}$  залежить від рентабельності акціонерного капіталу за цей же період  $ROE_{t+i-1}$  та балансової вартості підприємства за попередній період  $B_{t+i-2}$  згідно формули

$$NI_{t+i-1} = B_{t+i-2} ROE_{t+i-1}, \quad (53)$$

формулу (52) можна записати у наступному вигляді:

$$B_{t+i-1} = B_{t+i-2} + (1 + 1 - a \cdot p)ROE_{t+i-1} - (1 - a)D_{t+i-2}. \quad (54)$$

Використовуючи і надалі позначення (10), а також припущення (12) про стабільність рентабельності акціонерного капіталу, підставимо формулу (54) у вираз (13) для визначення теперішньої ринкової вартості підприємства:

$$P_t = B_t \left( \frac{1 + R}{1 + r_e} \right) + \sum_{i=2}^{\infty} \frac{(R - r_e)(B_{t+i-2}(1 + (1 - ap)R) - (1 - a)D_{t+i-2})}{(1 + r_e)^i} \quad (55)$$

Для подальшого дослідження з нескінченної суми в правій частині формули (55) виокремимо доданок, що відповідає другому після теперішнього періоду, тобто доданок з індексом  $i = 2$ :

$$P_t = B_t \frac{1 + R}{1 + r_e} + \frac{(R - r_e)}{(1 + r_e)^2} (B_t (1 + (1 - ap)R) - (1 - a)D_t) + \sum_{i=2}^{\infty} \frac{(R - r_e)(B_{t+i-2}(1 + (1 - ap)R) - (1 - a)D_{t+i-2})}{(1 + r_e)^i} \quad (56)$$

Порівнюючи формулу (56) з формулою (18), зауважимо найсуттєвішу відмінність між ними, яка полягає в тому, що згідно формули (56) ринкова вартість підприємства залежить не лише від її теперішньої балансової вартості  $B_t$  та решти параметрів, що очікуються в майбутньому, а й від розміру дивідендів  $D_t$ , виплачених в теперішньому періоді, якщо  $a < 1$ .

Виразимо тепер балансову вартість підприємства в період  $(t+i-2)$   $B_{t+i-2}$  через балансову вартість і дивіденди попередньому періоді на основі формули (54):

$$B_{t+i-2} = B_{t+i-3}(1 + (1 - ap)R) - (1 - a)D_{t+i-3} \quad (57)$$

У випадку  $i = 3$  формула (54) виражає вартість  $B_{t+1}$  через  $B_t$  та  $D_t$ . Якщо ж  $i > 3$ , то для вираження балансової вартості  $B_{t+i-2}$  через  $B_t$  та  $D_t$  формули (57) недостатньо, її потрібно послідовно застосувати ще  $(i-3)$  разів, і крім того, необхідно виражати розміри дивідендів через дивіденди в попередніх періодах.

Для дивідендів  $D_{t+i-2}$  застосуємо формули (51) та (53):

$$D_{t+i-2} = a \cdot p \cdot NI_{t+i-2} + (1 - a)D_{t+i-3} \\ D_{t+i-2} = a \cdot pR \cdot B_{t+i-3} + (1 - a)D_{t+i-3} \quad (58)$$

Підставимо формули (57) та (58) в нескінченну суму правої частини формули (56), яку позначимо через  $S_3$ :

$$S_3 = \sum_{i=3}^{\infty} \frac{(R - r_e)}{(1 + r_e)^i} [(B_{t+i-3}(1 + (1 - ap)R) - (1 - a)D_{t+i-3})(1 + (1 - ap)R) - (1 - a)apRB_{t+i-3} + (1 - a)D_{t+i-3}]$$

В отриманій вище формулі зведемо подібні доданки:

$$S_3 = \sum_{i=3}^{\infty} \frac{(R - r_e)}{(1 + r_e)^i} [(B_{t+i-3}((1 + (1 - ap)R)^2 - a(1 - a)pR) - D_{t+i-3}((1 - a)(1 + (1 - ap)R) + (1 - a)^2))] \quad (59)$$

Для періодів, в індексах яких  $i > 3$  застосуємо аналоги формул (58) та (57), зменшивши їх індекси на одиницю, в результаті чого отримаємо

$$B_{t+i-3} = B_{t+i-4}((1 + (1 - ap)R) - (1 - a)D_{t+i-4}) \quad (60)$$

та

$$D_{t+i-3} = apRB_{t+i-4} + (1-a)D_{t+i-4} \quad (61)$$

Підставимо формули (60) та (61) в нескінченну суму (59), починаючи з індексу  $i = 4$

$$S_4 = \sum_{i=4}^{\infty} \frac{(R-r_e)}{(1+r_e)^i} [(B_{t+i-4}(1+(1-ap)R) - (1-a)D_{t+i-4})(1+(1-ap)R)^2 - a(1-a)pR) - (apRB_{t+i-4} + (1-a)D_{t+i-4})(1-a)(1+(1-ap)R) + (1-a)^2]$$

Внаслідок спрощення отримаємо

$$S_4 = \sum_{i=4}^{\infty} \frac{(R-r_e)}{(1+r_e)^i} [(B_{t+i-4}((1+(1-ap)R)^3 - a(1-a)pR(1+(1-ap)R) - apR((1-a)(1+(1-ap)R) + (1-a)^2)) - D_{t+i-4}((1-a)((1+(1-ap)R)^2) - a(1-a)pR) + (1-a)^2 + (1+(1-ap)R) + (1-a)^3)]$$

або

$$S_4 = \sum_{i=4}^{\infty} \frac{(R-r_e)}{(1+r_e)^i} [(B_{t+i-4}((1+(1-ap)R)^3 - 2a(1-a)pR(1+(1-ap)R) - apR(1-a)^2) - D_{t+i-4}((1-a)((1+(1-ap)R)^2 - a(1-a)pR) + (1-a)^2(1+(1-ap)R) + (1-a)^3)] \quad (62)$$

Аналогічно продовжуючи наведену процедуру, можна обчислити бажану кількість доданків нескінченної суми, кожен з яких буде лінійно залежати від  $B_t$  та  $D_t$  до тих пір, поки додавання наступних доданків не вноситиме суттєвих змін у підсумок ринкової вартості підприємства. Таку процедуру доцільно оформити у вигляді комп'ютерної підпрограми, з тим, щоб її виконання можна було повторювати для різних варіантів наборів параметрів  $a$  та  $p$ , з допомогою зміни яких, можна добиватись бажаного розміру ринкової вартості підприємства.

Розглянемо ще один можливий варіант моделі управління вартістю, який враховує потреби періодичної часткової реконструкції підприємства, а саме, припустимо, що кожного  $m$ -го періоду підприємство проводить часткову реконструкцію свого обладнання, що особливо актуально для нафтопереробних підприємств в Україні, яким необхідне поглиблення переробки сировини, внаслідок чого рентабельність його акціонерного капіталу в періоди  $(t+m)$ ,  $(t+2m)$ ,  $(t+3m)$  тощо становить  $R_2$ , яке є меншим за рентабельність  $R_1$  в інші періоди:

$$R_2 < R_1, \quad (63)$$

Причому вважатимемо, що  $R_2$  залишається додатним  $R_2 > 0$ , однак не обов'язково перевищує ціну акціонерного капіталу  $r_e$ , що вимагатимемо від  $R_1$ :

$$R_1 > r_e \quad (64)$$

На основі викладених вище припущень формула (11), що виражає ринкову вартість підприємства в загальному випадку, набуває наступного вигляду:

$$P_t = B_t \frac{1+R_1}{1+r_e} + \sum_{i=2}^{m-1} \frac{B_{t+i-1}(R_1-r_e)}{(1+r_e)^i} + B_{t+m-1} \frac{R_2-r_e}{(1+r_e)^m} + \sum_{i=m+1}^{2m-1} \frac{B_{t+i-1}(R_1-r_e)}{(1+r_e)^i} + B_{t+2m-1} \frac{R_2-r_e}{(1+r_e)^{2m}} + \sum_{i=2m+1}^{3m-1} \frac{B_{t+i-1}(R_1-r_e)}{(1+r_e)^i} + B_{t+3m-1} \frac{R_2-r_e}{(1+r_e)^{3m}} + \sum_{i=3m+1}^{4m-1} \frac{B_{t+i-1}(R_1-r_e)}{(1+r_e)^i} + \dots \quad (65)$$

де  $m > 1$  – натуральне число.

Формулу (65) запишемо у дещо компактнішому вигляді

$$P_t = B_1 \frac{1 + R_1}{1 + r_e} + \sum_{i=2}^{m-1} \frac{B_{t+i-1}(R_1 - r_e)}{(1 + r_e)^i} + \sum_{j=1}^{\infty} (B_{t+jm-1} \frac{R_2 - r_e}{(1 + r_e)^{jm}} + \sum_{i=jm+1}^{(j+1)m-1} \frac{B_{t+i-1}(R_1 - r_e)}{(1 + r_e)^i}) \quad (66)$$

Якщо ряд в правій частині формули (66) збіжний, то для обчислення наближеного значення ринкової вартості підприємства достатньо взяти певну кількість  $N$  доданків, яку при відомих числових даних можна підібрати шляхом комп'ютерного моделювання і скористатися наближеною формулою

$$P_t = B_1 \frac{1 + R_1}{1 + r_e} + \sum_{i=2}^{m-1} \frac{B_{t+i-1}(R_1 - r_e)}{(1 + r_e)^i} + \sum_{j=1}^N (B_{t+jm-1} \frac{R_2 - r_e}{(1 + r_e)^{jm}} + \sum_{i=jm+1}^{(j+1)m-1} \frac{B_{t+i-1}(R_1 - r_e)}{(1 + r_e)^i}) \quad (67)$$

Кількість доданків  $N$  у формулі (67) можна вибирати на основі певних вимог щодо точності визначення розміру ринкової вартості. При цьому потрібно мати на увазі, що якщо балансова вартість підприємства на основі бухгалтерських документів визначається з точністю ледве не до копійки, то для визначення ринкової вартості така точність не потрібна. Тут похибка може становити і 1000 грн. і 100 000 грн. і навіть двісті мільйонів гривень, адже саме таким був мінімальний крок торгівлі на аукціоні з продажу активів «Криворіжсталі». Отже, якщо допустиму похибку визначення ринкової ціни підприємства позначити через  $\varepsilon$ , то необхідну кількість доданків  $N$  у формулі (61) можна визначити на основі умови:

$$|P_{t2N} - P_{tN}| < \varepsilon, \quad (68)$$

або

$$\left| \sum_{i=N+1}^{2N} (B_{t+jm-1} \frac{R_2 - r_e}{(1 + r_e)^{jm}} + \sum_{i=jm+1}^{(j+1)m-1} \frac{B_{t+i-1}(R_1 - r_e)}{(1 + r_e)^i}) \right| < \varepsilon, \quad (69)$$

При відомих розмірах рентабельності  $R_1$  та  $R_2$  формулу (67) можна використовувати як розрахункову для вибору оптимального періоду  $m$  проведення реконструкції з метою досягнення бажаного рівня ринкової вартості підприємства. Для зручності користування формулу (65) при сплаті дивідендів згідно формули (15) запишемо її в наступному вигляді:

$$\begin{aligned} P_t = & B_t \frac{1 + R_1}{1 + R_2} + B_t \sum_{i=2}^{m-1} \frac{(R_1 - r_e)(1 + (1-k)R_1)^{i-1}}{(1 + r_e)^i} + B_t (1 + (1-k)R_1)^{m-1} \frac{(R_2 - r_e)}{(1 + r_e)^m} + B_t ((1 + (1-k)R_1)^{m-1} \\ & (1 + (1-k)R_2) \frac{(R_1 - r_e)}{(1 + r_e)^{m+1}} + \sum_{i=m+2}^{2m-1} \frac{(R_1 - r_e)(1 + (1-k)R_1)^{i-2} (1 + (1-k)R_2)}{(1 + r_e)^i} + B_t ((1 + (1-k)R_1)^{2m-2} \\ & (1 + (1-k)R_2) \frac{(R_2 - r_e)}{(1 + r_e)^{2m}} + B_t ((1 + (1-k)R_1)^{2m-2} (1 + (1-k)R_2)^2 \frac{(R_1 - r_e)}{(1 + r_e)^{2m+1}} + \\ & \sum_{i=2m+2}^{3m-1} \frac{(R_1 - r_e)(1 + (1-k)R_1)^{i-3} (1 + (1-k)R_2)}{(1 + r_e)^i} + B_t (1 + (1-k)R_1)^{3m-3} (1 + (1-k)R_2)^2 \frac{(R_2 - r_e)}{(1 + r_e)^{3m}} + \dots \end{aligned} \quad (70)$$

За допомогою параметрів  $k$ ,  $m$ ,  $R_1$  та  $R_2$  на основі формули (70) можна визначити ринкову вартість ВАТ «Укрнафта». При рентабельності акціонерного капіталу

$R_1=21\%$ , рентабельності в періоди реконструкції  $R_2=15\%$ , частці дивідендів від прибутку  $k=0$ , кількості періодів реконструкції  $m=4$ , балансовій вартості активів  $V_t=8,2$  млрд. грн. і відносній вартості акціонерного капіталу  $r_e=10\%$ , перші сім доданків формули (70) дають  $P_t=40,8$  млрд. грн., а при  $k=0,12$   $P_t=35,22$  млрд. грн.

Отже, формула ринкової вартості підприємства  $P_t$  на основі теперішньої балансової вартості  $V_t$  показує, що за умови періодичного проведення реконструкції, оновлення активів, рентабельність акціонерного капіталу нижча, ніж в період експлуатації оновленого обладнання  $R_1$ . Вона дозволяє коригувати названі параметри і здійснювати вартісно-орієнтоване управління.

Моделі управління ринковою вартістю НАК «Нафтогаз України», розроблені у даному дослідженні, належать до класу економіко-математичних, оскільки функції побудовані з урахуванням економічного змісту та властивостей їх компонент. Всі математичні перетворення, використані в процесі дослідження моделей, проведені з урахуванням їх економічного змісту. Економіко – математичні моделі побудовані для визначення ринкової вартості підприємства на основі балансової вартості  $V_t$ , ціни акціонерного капіталу  $r_e$ , параметрів рентабельності акціонерного капіталу  $R$  та частки виплати дивідендів  $k$ , за допомогою яких можна здійснювати вартісно-орієнтоване управління. Крім того, при відомих розмірах рентабельності  $R_1$  та  $R_2$  модель (67) можна використовувати як розрахункову для вибору оптимального періоду  $m$  проведення реконструкції з метою досягнення бажаного рівня ринкової вартості підприємства. *Запропоновані економіко-математичні моделі дають можливість* фінансовим менеджерам управляти вартістю підприємства, визначаючи оптимальний розмір прибутку, що залишається у розпорядженні підприємства і спрямовується на розвиток. Особливо цінним є те, що модель дозволяє оцінити вартість при реконструкції (навіть кількох послідовних її періодах). Моделі не мають недоліків EVA, коли необхідно вносити значну кількість поправок до балансових показників і, що особливо важливо для умов країни, вони можуть бути використані при управлінні вартістю підприємств, акції яких не котируються на фондовому ринку.

### Література

1. Герасимов Н. Н. Применение модели Ольсона в оценке стоимости компании // [www.manager-erp.com/index.php/querassimov@consultant.com](http://www.manager-erp.com/index.php/querassimov@consultant.com).
2. Дамодаран А. Инвестиционная оценка: Инструменты и методы оценки любых активов / Пер. с англ. – 2-е изд., исправл. – М.: Альпина Бизнес Букс, 2005. – 1341 с.
3. Каплан Роберт С., Нортон Дейвид П. Сбалансированная система показателей. От стратегии к действию / Пер. с англ. – М.: Олимп-Бизнес, 2005. – 512 с.
4. Коупленд Т., Коллер Т., Муррин Дж. Стоимость компаний: оценка и управление / Пер. с англ. – М.: ЗАО «Олимп-Бизнес», 1999. – 578 с.
5. Мартін Дж. Д., Петті В. Дж. VBM – управління, що базується на вартості: Корпоративна відповідь революції акціонерів / Пер. з англ.: За наук. ред. О. Б. Максимової, І. Ю. Шарапової. – Дніпропетровськ: Баланс Бізнес Букс, 2006. – 272 с.

6. Шарп У. Ф., Александер Г. Дж., Бейли Дж. В. *Инвестиции / Пер. с англ.* – М.: ИНФРА-М, 1999. – 1024 с.
7. Liu J., Ohlson J. A. *The Faltham-Ohlson (1995) Model: Empirical Implications Anderson School of Management, U. C. L. A.* – Los Angeles, Stern School of Business. – N. Y. U., New York, 1999.
8. Rappaport A. *Creatsng Shareholder Value: The Standart for Busines Performance.* – New York: Free Press, 1986. – P. 76.
9. Stewart G. Bennet. *The Quest for Value:* – New York: Harper Business, 1991.
10. Stewart G. Bennet. *The Quest for Value: the EVA Management Guide.* – New York: Harper Business, 1991.

Редакція отримала матеріал 11 квітня 2008 р.