Руслана РУСЬКА

МОДЕЛЮВАННЯ ОБСЯГУ КРЕДИТНОГО ПОРТФЕЛЯ КРЕДИТНОЇ СПІЛКИ ЗАЛЕЖНО ВІД ДИСПЕРСІЇ НЕПОВЕРНЕНИХ ПОЗИК

Проведено дослідження кредитного портфеля кредитних спілок. Проаналізовано моделі ризику та на їх основі запропоновано використання дисперсії для визначення впливу неповернених позик на обсяг кредитного портфеля.

Ключові слова: *кредитна спілка, кредитний портфель, моделювання, ризики, ймовірність, дохідність, збитки, математичне сподівання, дисперсія, варіація, незміщені оцінки, індивідуальна модель.*

Кредитні спілки на сьогодні є невід'ємною частиною фінансового ринку зокрема та економіки загалом. Маючи у користуванні залучені кошти фізичних осіб, що є членами кредитної спілки, кредитні спілки виконують функцію управління фінансовими ресурсами. Перед ними постає питання можливості повернення коштів членам, дотримання окремих нормативів та обмежень, щодо стабільності та стійкості функціонування кредитних спілок.

Аналогічно до інвесторів, які віддають перевагу формуванню портфеля, а не придбанню цінних паперів одного виду, кредитні спілки прагнуть працювати з кількома видами надання своїм членам послуг з розміщення грошових коштів, оскільки, формуючи кредитний портфель, можна знизити рівень ризику (ймовірність неплатоспроможності), не зменшуючи очікуваної дохідності [1]. В середині сформованого портфеля вирівнювання ризику проводиться в просторі і часі. Можливості диверсифікації зростають, зважаючи на різні часові типи розподілу ризиків (рівномірний, катастрофічний, зростаючий), характерні для певних видів кредитування [2]. Якщо проводяться кредитування з різними типами розподілу ризику, відбувається їх взаємне накладання, що при доволі великому портфелі згладжує відхилення.

Кредитна спілка "акумулює" численні ризики, пов'язані з видачею кредитів, закриття депозитів та інфляцією [3].

У момент видачі кредиту спілка не знає, скільки конкретно коштуватиме їй ризик цього позичальника. Мінова і споживча вартість кредитної послуги встановлюється тільки після повернення обумовленої договором позики, однак рішення про видачу кредиту необхідно приймати під час укладення договору. Перед кредитною спілкою постає завдання розрахувати ціну кредиту в умовах її собівартості, збалансувати визначені надходження на цей час з невизначеними витратами в майбутньому [4].

Таким чином, із суті діяльності кредитної спілки та з нормативних вимог до її ведення *випливає необхідність* застосування економіко-математичних методів як складової частини економічного аналізу діяльності кредитної спілки. Головною причиною такої необхідності є потреба в аналізі фінансового грошового потоку – сукупності процесів утворення і використання грошових фондів, що тісно пов'язані з категоріями ризику, випадковості та ймовірності. В межах теорії ризику розроблена система моделей і методів, що дають змогу кількісно оцінити фінансові потоки та фінансові ризики в діяльності фінансових компаній і кредитної спілки зокрема [5]. Зважаючи на вирішальне значення факторів випадковості, математичним інструментарієм аналізу діяльності кредитних спілок може виступити теорія ризику, яка ґрунтується на теорії ймовірностей та математичній статистиці.

Важливою передумовою дослідження діяльності кредитних спілок є поєднання якісного та кількісного аналізу. Логічні доведення і якісні висновки розкривають причинні зв'язки, виявляють передумови тих чи інших наслідків. Проте тільки кількісні, математичні методи дають можливість отримати функціональні залежності між причинами і наслідками.

З одного боку, "очевидним є те, що експериментування з економічними системами є недоцільним, тому єдиним науково обґрунтованим засобом досліджень є математичне моделювання – найефективніший із кількісних методів аналізу ефективності управлінських рішень" [6]. Інструментарій математичного моделювання як складова частина процедури прийняття рішень сьогодні надзвичайно потужний.

Однак, з іншого боку, як зауважують Дж. Нейман і О.Моргенштерн, "просте відтворення в економіці математичних прийомів, що застосовувались свого часу у фізиці, може не дати очікуваних результатів у зв'язку багатоманітністю проявів соціально-економічних явищ, складністю і суб'єктивністю, які притаманні економічним процесам" [7].

Застосування традиційних економіко-математичних методів та моделей є необхідною умовою подальшого розвитку кредитних спілок. Зокрема, у [8, 9] розглядаються основи лінійного програмування, економіко-математичні моделі оптимізації, застосування економіко-математичних моделей для розв'язання задач. Особливий інтерес представляють методи і моделі аналізу економічних процесів, моделі прогнозування економічних процесів та імітаційні моделі.

Математичні методи та їх застосування в економічних дослідженнях *розглядаються в працях* Л. Нагребецької [10] та О. Фарата [11]. Приділяючи головну увагу кількісним методам фінансового планування, автори праці розглядають широкий спектр математичного інструментарію фінансового аналізу.

Пошук стратегій рівноваги кредитної політики, що враховує обсяг кредитного портфеля з різними ступенями ризику ставить перед нами завдання мінімізувати вплив неповернених позик на обсяг кредитного портфеля.

Метою наукової праці є розроблення математичної дисперсійної моделі, за допомогою якої можна було б визначити вплив позичкової суми (ризик) на обсяг кредитного портфеля.

У ризикових кредитах ступінь незбалансованості та неоднорідності ризиків суттєво вищий, а варіація як частот, так і сум збитків значно більша, ніж у забезпечених кредитах. На результати суттєво впливають інфляція і коливання кон'юнктури, зміна факторів ризику. Оскільки обсяг статистичних даних зазвичай невеликий і не відображає багатьох факторів, то використання детермінованих моделей для ризикових видач кредитів, як правило, є недостатнім. Для кількісного оцінювання ризиків необхідний перехід до стохастичних моделей. Це стало стимулом для розвитку теорії ризику, яка є основою математики ризикових видів кредитування [12].

Для розрахунку кредитного портфеля для кредитної спілки потрібні дані про характер забезпечення позик та процесу їх неповернення. У момент видачі позики кредитна спілка не знає, скільки конкретно коштуватиме їй ризик цього кредиту. Якщо наявна в розпорядженні база даних охоплює кілька кредитних спілок (ринкова статистика), то найчастіше дані спочатку представлені в агрегованій формі. У цьому випадку нам доступні тільки сумарні річні стратегічні показники по групах ризиків. Інформація про суму кожного ризику (неповернення позик) і розмір кожного окремого збитку відсутня. У кожній групі зібрані ризики, що відповідають певним загальним критеріям, наприклад, характеризуються однаковими значеннями відсоткових ставок. Багато методів обчислення відсотків явно чи неявно ґрунтуються на деякій моделі розподілу сукупного збитку кожної з цих груп. Перевага віддається розподілам, що задаються функцією щільності і містять невелику кількість параметрів. Такі розподіли розглядаються за індивідуальною моделлю ризику [13].

Основна проблема, пов'язана з агрегуванням, – щорічна зміна обсягу групи ризиків (кількості ризиків та їх сукупної суми у кредитному портфелі) розподілу сукупного збитку. Оскільки в кожному році спостерігається тільки одне значення сукупного збитку, залучення моделей розподілу здається безглуздим, адже параметри розподілу не можна оцінити тільки на основі одного спостереження. Вирішити цю проблему дає змогу нормування сукупного збитку на відповідний обсяг. Отримані таким чином випадкові величини – "збиток на один рік" або "ставка збитку" – за певних умов не змінюють математичних сподівань протягом кількох років. Однак дисперсії навіть після нормування сукупного збитку на обсяг, будуть відрізнятися за роками: згідно з принципом колективного балансу, дисперсія нормованого сукупного збитку зменшується зі зростанням обсягу портфеля.

Доволі часто для збереження актуальності даних беремо для розрахунку тільки спостереження останнього року і використовуємо двохпараметричну модель розподілу. Для цього необхідно припустити однакову залежність між математичним сподіванням і дисперсією нормованого збитку у всіх групах ризиків (групах забезпечення позик у кредитному портфелі).

Незважаючи на вагомість математичного сподівання збитку в складі доходу, надзвичайно важливий правильний вибір моделі дисперсії. З одного боку, модель дисперсії дає уявлення про розкид даних навколо свого математичного сподівання, а з іншого – визначає, де має знаходитися математичне сподівання для цих спостережень.

Модель дисперсії відіграє велику роль навіть у разі нормально розподілених збитків. Наприклад, звичайна лінійна регресія (з постійною дисперсією) і зважена лінійна регресія (дисперсія залежить від вільної змінної) можуть бути суттєво різними лініями регресії за однаковими даними.

Розглянемо спочатку ідеальний випадок повністю однорідної групи ризиків, де всі ризики незалежні і мають однакові розподіли сумарного (річного) збитку R_i. Ввівши позначення

$m = M(R_i),\ 1 \le i \le n$, $\sigma^2 = \mathrm{var}(R_i), 1 \le i \le n$,

де:

$M(R_i)$ – математичне сподівання *i*-го збитку;

$\mathrm{var}(R_i)$ – дисперсія *i*-го збитку,

для сукупного збитку групи ризиків:

$$S = \sum_{i=1}^{n} R_i \tag{1}$$

отримаємо:

$$M(S) = n \cdot m, \tag{2}$$

де:

$M(S)$ – математичне сподівання сукупного збитку;

$$\mathrm{var}(S) = n \cdot \sigma^2, \tag{3}$$

де:

$\mathrm{var}(S)$ – дисперсія сукупного збитку.

Замість залежної від обсягу величини "сукупного збитку" зручніше використовувати більш наочну нормовану величину – збиток на один рік

$$Z = \frac{S}{n}, \tag{4}$$

для якої:

$$M(Z) = m, \tag{5}$$

де:

$M(Z)$ – математичне сподівання збитку на один рік;

$$\mathrm{var}(Z) = \frac{\sigma^2}{n} \tag{6}$$

$\mathrm{var}(Z)$ – дисперсія збитку на один рік.

На практиці безпосередньо оцінити значення $M(R_i)$ неможливо, тому основою доходу за кожним видом позики для кожного з n ризиків служить величина $M(Z)$. Обернено пропорційна залежність між $\mathrm{var}(Z)$ і n безпосередньо зумовлює ефект: у великих групах ризиків коливання збитку на один рік менше, що дає змогу більш точно оцінити математичне сподівання.

При відомих реалізаціях r_i, величин R_i, значення

$$\hat{m} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} r_i, \tag{7}$$

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}\left(r_i - \hat{m}\right)^2}{n-1} \tag{8}$$

є незміщеними оцінками для m і σ^2.

Оскільки в розпорядженні є тільки сумарні річні показники числа ризиків n_j і збитку (незалежно від інфляції) на один рік z_j (як реалізації відповідної випадкової величини Z_j) портфеля за кілька років $j = 1,...J$. Якщо дані незалежні від інфляції, і зміни в обсязі покриття або структурі збитку доволі малі, то розподіл величини R_i, а, отже, значення параметрів m і σ^2 для всіх років можна вважати однаковими: $M(Z_j) = m$, і $\mathrm{var}(Z_j) = \frac{\sigma^2}{n_j}$. Тоді незміщені оцінки для m і σ^2 знаходяться за формулами:

$$\hat{m} = \frac{\sum_{j=1}^{J} n_j z_j}{\sum_{j=1}^{J} n_j}, \tag{9}$$

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{\sum_{j=1}^{J} n_j \left(z_j - \hat{m} \right)^2}{J-1}. \tag{10}$$

Іноді ризики містяться в портфелі тільки частину року (якщо термін позики менше року). Такі ризики враховуються у сумарній "кількості ризиків" не повністю, а відповідно до терміну перебування в портфелі. Наприклад, піврічний ризик вважається половиною так званих року, а два таких ризики разом приймаються за один річний ризик. При цьому передбачається однорідність процесу збитків у часі, коли очікуване значення і дисперсія піврічного ризику рівні відповідно половині очікуваного значення і дисперсії річного ризику.

Представлена модель незалежних однаково розподілених ризиків цілком реалістична для груп ризиків у споживчому кредитуванні, але в комерційному кредитуванні ризики різняться і тому не можуть вважатися однаково розподіленими (спроба скласти групи тільки з ризиків з однаковими позиковими сумами привела б до дуже великого числа дуже маленьких груп). У більшості видів комерційного кредитування для ризиків однієї відсоткової групи використовується однакова ставка, яка множиться на відповідні позикові суми. Тим самим виконується:

$$M(R_i) = m \cdot u_i, \; i = 1,...,n \tag{11}$$

(m не збігається з використаним вище). Врахуємо відмінність позикових сум точно так само, як розходження термінів перебування в портфелі. Будемо виходити з деякого "еталонного ризику" R_1 із позиковою сумою u_1 і припустим, що, наприклад, у ризику з половиною цієї суми математичне сподівання і дисперсія теж становлять тільки половину відповідних показників ризику R_1 а, отже, сукупний збиток двох ризиків із позиковими сумами $\frac{u_1}{2}$ розподілений так само, як R_1. Отримаємо:

$$M(R_i) = \frac{M(R_1)u_i}{u_1}, \tag{12}$$

$$\mathrm{var}(R_i) = \frac{\mathrm{var}(R_1)u_i}{u_1} \tag{13}$$

для всіх $i = 1,...,n$.

Порівнявши ці рівності з формулами (2), (3), бачимо, що кожен ризик R_1 складається з u_i незалежних частин, причому ці частини у всіх ризиків групи однаково розподілені. Такий підхід ґрунтується на припущення, що відмінності в позикових сумах суттєво впливають тільки на кількість збитків, але не на їх розміри (інакше ми записали б $R_i = \frac{R_1 u_i}{u_1}$ і $\mathrm{var}(R_i) = \frac{\mathrm{var}(R_1)u_i^2}{u_1^2}$). Це припущення справедливе лише для груп подібних за розміром ризиків і не виконувалося б, наприклад, у кредитуванні на придбання будівництва. Нехай:

$$v = \sum_{i=1}^{n} u_i \tag{14}$$

сукупна позикова сума групи ризиків. Використовуючи позначення

$$m = \frac{M(R_1)}{u_1} \qquad (15)$$

$$\sigma^2 = \frac{\mathrm{var}(R_1)}{u_1} \qquad (16)$$

для сукупного збитку:

$$S = \sum_{i=1}^{n} R_i \qquad (17)$$

незалежних ризиків, отримаємо:

$$M(S) = v \cdot m \qquad (18)$$

$$\mathrm{var}(S) = v \cdot \sigma^2 . \qquad (19)$$

Відповідної нормованої на обсяг випадковою величиною тепер виступає ставка збитку:

$$Z = \frac{S}{v}, \qquad (20)$$

що має (аналогічно збитку на один рік) математичне сподівання:

$$M(Z) = m \qquad (21)$$

і дисперсію:

$$\mathrm{var}(Z) = \frac{\sigma^2}{v}, \qquad (22)$$

що виправдовує застосування однакових позначень для ставки збитку і збитку на один рік (умова $u_i = 1$ призводить до розглянутого вище однорідного випадку).

Незміщені оцінки для m і σ^2 на базі реалізацій r_i величин R_i:

$$\hat{m} = \sum_{i=1}^{n} \frac{r_i}{v} = \sum_{i=1}^{n} \frac{u_i}{v} \cdot \frac{r_i}{u_i}, \qquad (23)$$

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} u_i \left(\frac{r_i}{u_i} - \hat{m} \right)^2}{J - 1}. \qquad (24)$$

Оцінка $\hat{m}$ – це типовий вид середньої групової ставки збитку, який зазвичай може розраховуватись кредитною спілкою. Враховуючи за позиками середню ставку збитку за окремими ризиками альтернативі

$$\hat{\bar{m}} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \frac{r_i}{u_i}}{n}, \qquad (25)$$

тобто арифметичному середньому, ми вважаємо, що $\mathrm{var}\left(\frac{R_i}{u_i}\right) = \frac{\sigma^2}{u_i}$, а не $\mathrm{var}\left(\frac{R_i}{u_i}\right) = \bar{\sigma}^2$.

Нехай Z_j, $j = 1,...J$ – ставка збитку групи ризиків в j-му році, і v_j – відповідний обсяг, виражений сукупної кредитною сумою. Тоді величини m і σ^2 можуть вважатися постійними протягом декількох років: $M(Z_j) = m$ і $\mathrm{var}(Z_j) = \frac{\sigma^2}{v_j}$. Незміщені оцінки параметрів m і σ^2 на основі реалізацій z_j величин Z_j (знову аналогічно збитку на один рік) дорівнюють:

$$\hat{m} = \frac{\sum_{j=1}^{J} v_j z_j}{\sum_{j=1}^{J} v_j} \tag{26}$$

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{\sum_{j=1}^{J} v_j \left(z_j - \hat{m}\right)^2}{J-1} = \frac{\sum_{j=1}^{J} v_j z_j^2}{J-1} - \frac{\hat{m}^2 \sum_{j=1}^{J} v_j}{J-1}. \tag{27}$$

Отже, запропонований спосіб моделювання впливу позичкової суми на дисперсію можна вважати обмежувальним, справедливо вважаючи, що в деяких групах ризиків позикова сума впливає не тільки на кількість збитків у кредитному портфелі, а й на їх розміри. Вплив позички на розмір збитку дає великі відмінності в позичкових сумах, які спостерігаються в деяких видах кредитування, наприклад у споживчому кредитуванні.

На рис. 1 у логарифмічному масштабі представлено залежність розміру дисперсії річної ставки збитку при середній позичковій сумі від середньої суми позик для типових груп ризиків споживчого кредитування. Дисперсія і позичкова сума оцінені на основі даних за 10-річний період, відповідно, величинами:

$$\frac{\hat{\sigma}^2}{\sum_{j=1}^{J} v_j /10} \text{ і } \sum_{j=1}^{J} v_j /10 = \left(v_1 + v_2 + ...v_{10}\right)/10.$$

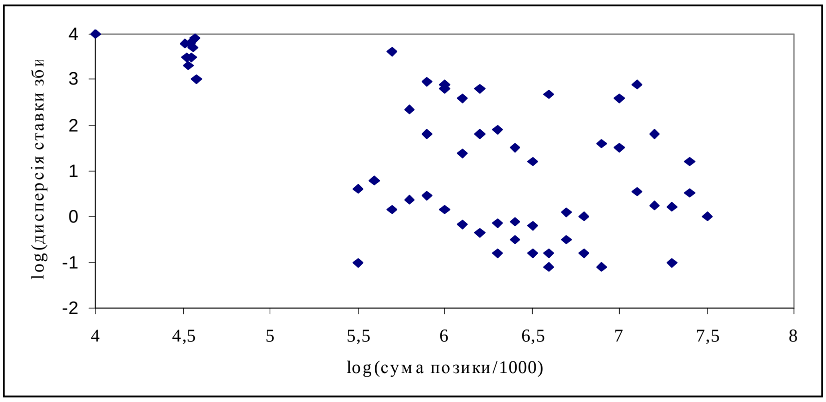

Рис.1. ***Залежність дисперсії ставки збитків кредитного портфеля від обсягу споживчого кредитування в ньому***

Кожна точка відповідає окремій групі ризиків. На цьому ж рисунку показана пряма з кутовим коефіцієнтом (-1), як можна бачити, добре відображає деякий спад висоти розташування точок при зростанні кредитної суми. З позначенням Z для ставки збитку і v для позичкової суми рівняння цієї прямої записується у вигляді:

$$\log(\mathrm{var}(z)) = a - \log(v) \qquad (28)$$

або

$$\mathrm{var}(Z) = \frac{10^a}{v}. \qquad (29)$$

Таким чином у цьому вигляді кредитування спостерігається постульована нами обернено пропорційна залежність дисперсії збитку від кредитної суми. Зворотна залежність дисперсії від обсягу виявлена нами при порівнянні декількох груп ризиків (поперечний аналіз). Інтерес представляє зміна дисперсії кожної окремої групи ризиків за роками спостережень (поздовжній аналіз). Проте оскільки ситуація окремої групи ризиків із змінюваним від року до року обсягом мало відрізняються від ситуації декількох різних за обсягом груп ризиків в одному році, то немає причин відмовлятись від цієї моделі.

Література

1. *Руська Р. В. Модель діагностики фінансового стану кредитних спілок / Р. В. Руська // Економічний аналіз. – 2009. – Вип.,4. – С. 133–137.*
2. *Марцелова А. И. Учет процентных доходов и расходов кредитными организациями / А. И. Марцелова // Финансы и кредит. – 2008. – № 43. – С. 10–18.*
3. *Гринюк І. Стан та тенденції розвитку кредитних спілок України / Ірина Гринюк // Вісник кредитної кооперації. – 2008. – червень-серпень (№ 4) Аналітично-інформаційний додаток. – С. 19–29.*
4. *Іванова Н. Ю. Ціноутворення на ринку послуг кредитних спілок / Н. Ю. Іванова // Наукові записки Національного університету “Києво-Могилянська Академія”. Економічні науки. – 2004. – № 30. – С. 3–11.*
5. *Вітлінський В. В. Ризикологія в економіці та підприємництві: [Монографія] / Вітлінський В. В., Великоіваненко Г. І. – К.: КНЕУ, 2004. – 480 с.*
6. *Руська Р. В. Модель діагностики кредитного портфеля для кредитних спілок / Вісник Чернівецького торговельно-економічного інституту. – Чернівці: ЧТЕІ КНТЕУ, 2010. Вип ІІ(38). Економічні науки. -344 с.*
7. *Нейман Дж., Моргенштерн О. Теория игр и экономическое поведение / Дж. Нейман, О. Моргенштерн. – М.: Наука, 1970. – 707 с.*
8. *Ковалев А. Е. Определение степени устойчивости кредитной организации / А. Е. Ковалев // Дайджест - Финансы. – 2005.– №7. – С. 33–37.*
9. *Кулинич Е. И. Регрессионный и корреляционный анализ факторов хозяйственной деятельности кооперативных организаций. [Уч. пособие] / Е. И. Кулинич. – М.: 1989. – 116 с.*
10. *Негребецька Л. А. Моделі погашення позичок у кредитних спілках / Л. А.Негребецька // Економіка АПК. – 2001. – № 7. – С. 63–68.*
11. *Фарат О. В. Усовершенствование организационно-экономического*

механизма функционирования кредитных союзов в Украине : Автореф. Дис.канд.екн. наук.: 08.02.03 / Львов. Нац.ун-т им.И.Франко. – Львов,2001. – 20с.

12. *Вітлінський В. В. Аналіз, моделювання та управління економічним ризиком [Навч.-метод. посібник для самост.] / В. В. Вітлінський, П. І. Верченко.; Вивч. Дисц. – К: КНЕУ. – 2000.- 292с.*
13. *Руська Р. В. Моделювання фінансових результатів діяльності кредитної спілки / Руська Р. В., Домбровський І. В. – Тернопіль: Економічна думка, // Економіка і ринок: облік, аналіз, контроль. – 2008. – Вип.,18. – С. 170–177.*

Редакція отримала матеріал 24 вересня 2012 р.